MODELLI E METODI MATEMATICI II, PROVA *in itinere* DEL 31/5/2005

COGNOME NOME

Esercizio 1 Calcolare la derivata **prima e seconda** distribuzionale dei segnali

$u(t) := H(t)H(2-t) - H(t+2)$

$\frac{d}{dt}u =$

$\frac{d^2}{dt^2}u =$

$v(t) := \text{sign}(\sin t)\cos(t)$

$\frac{d}{dt}v =$

$\frac{d^2}{dt^2}v =$

Esercizio 2 Calcolare le trasformate di Fourier dei segnali u e v dell'esercizio precedente

$\hat{u}(f) =$

$\hat{v}(f) =$

Esercizio 3 Calcolare la distribuzione

$\delta''(t+1)e^{t-1} =$

Esercizio 4 Calcolare

$u(t) := H(t+2) \star (1-|t|)^+ \star \delta''(t-1)$

$=$

Esercizio 5 Determinare le soluzioni $u \in \mathscr{S}'(\mathbb{R})$ di

$(t^2-1)u(t) = \delta(t),$

Esercizio 6 Calcolare i limiti nel senso delle distribuzioni:

$\lim_{n\to\infty} n^2 H(t)te^{-nt} =$

$\lim_{n\to+\infty} n\Big(\delta(t-1/n) - \delta(t+3/n)\Big) =$

Esercizio 7 Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e sia $\mathscr{T}_\alpha$ il filtro che ad ogni $u \in \mathscr{S}'(\mathbb{R})$ associa la soluzione $v := \mathscr{T}_\alpha[u] \in \mathscr{S}'(\mathbb{R})$ dell'equazione differenziale

$$v'' - \alpha^2 v = u' + \alpha u.$$

Determinare per quali valori di α il filtro $\mathscr{T}$

1. è ben definito
2. è stabile
3. è causale

Quando $\mathscr{T}_\alpha$ risulta ben definito, determinarne la risposta impulsiva e la funzione di trasferimento.
Calcolare $\mathscr{T}_\alpha[\delta(t+1)]$ e $\mathscr{T}_\alpha[H]$
Quando $\mathscr{T}_\alpha$ è casuale, scrivere il problema ai valori iniziali risolto dalla risposta impulsiva (che è appunto causale).

Esercizio 8 Determinare la soluzione causale $U = (U^n)_{n\in\mathbb{Z}}$ dell'equazione alle differenze

$$U^n + U^{n-1} - 2U^{n-2} = H(n) = \begin{cases} 1 & \text{se } n \geq 0 \\ 0 & \text{se } n < 0. \end{cases}$$

$U^n =$

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI

1	2	3	4	5	6	7	8	Totale