MODELLI E METODI MATEMATICI II, PROVA *in itinere* DEL 3/5/2005

COGNOME NOME

Esercizio 1 Calcolare la derivata prima e seconda distribuzionale dei segnali

$u(t) := e^{-|t|} + H(t-1)e^t$

$\frac{d}{dt}u =$

$v(t) := \text{sign}(\sin(t))$

$\frac{d}{dt}v =$

Esercizio 2 Calcolare le distribuzioni

$u(t) := \delta''(t-2)\Big(\sin(\pi t) + (t-2)^6\Big)$

$=$

$v(t) := (t-1) \sqcup\!\sqcup (t+1)$

$=$

Esercizio 3 Calcolare le trasformate di Fourier di (w è la medesima funzione dell'esercizio 1)

$u(t) := (t-1)\text{vp}\frac{1}{t}$,

$v(t) := \cos(2\pi t)(t-2)^2$,

$w(t) := \text{sign}(\sin(t))$,

$z(t) := \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-(2k+1))$,

$h(t) := \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (3k^2-1)\delta(t-k)$,

$g(t) := \text{rect}\,(2t) \star \cos \pi t$,

Esercizio 4 Calcolare

$u(t) := H(t+1) \star \text{rect}\,(t) \star \delta''(t-1)$

$=$

$v(t) := \Big(\delta''(t-1) + \delta'(t)\Big)) \star \Big(\delta(t) + H(t+1)\Big)$

$=$

Esercizio 5 Determinare le soluzioni $u, v \in \mathscr{S}'(\mathbb{R})$ di

$t^2u(t) = \sin^2(t)$,

$(t-1/2)v(t) = \sqcup\!\sqcup\,(t)$,

Esercizio 6 Calcolare i limiti nel senso delle distribuzioni:

$\lim_{n\to\infty} n\cos(nt)(n\pi t) =$

$\lim_{h\to 0} \frac{H(t-1+h) - H(t-1)}{h} =$

$\lim_{n\to+\infty} \sin n\delta(t-n) =$

Esercizio 7 Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e sia $\mathscr{T}_\alpha$ il filtro che ad ogni $u \in \mathscr{S}'(\mathbb{R})$ associa la soluzione $v := \mathscr{T}_\alpha[u] \in \mathscr{S}'(\mathbb{R})$ dell'equazione differenziale

$$v'' + 2\alpha v' + v = u'$$

(*Notare la derivata delle funzione u*!) Determinare per quali valori di α il filtro $\mathscr{T}$

1. è ben definito
2. è stabile
3. è causale.

Quando $\mathscr{T}_\alpha$ risulta ben definito, determinarne la risposta impulsiva e la funzione di trasferimento.
Calcolare $\mathscr{T}_\alpha[\delta(t-2)]$ e $\mathscr{T}_\alpha[H]$
Facoltativo: Quando $\mathscr{T}_\alpha$ è casuale, scrivere il problema ai valori iniziali risolto dalla risposta impulsiva (che è appunto causale).

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI

1	2	3	4	5	6	7	Totale