10 dicembre 2001

Esercizio 38 *Scrivere la decomposizione razionale fratta delle seguenti funzioni*

$$\frac{z^3-1}{z^2+z+1}, \quad \frac{z}{(z^2+1)(z+1)}, \quad \frac{z^2+1}{(z^4-1)(z^4+1)}$$

Esercizio 39 *Calcolare le antitrasformate di Laplace delle funzioni*

$$\frac{s-3}{s^2+5s+6}, \quad \frac{1-e^{-s}}{s(s^3+1)}, \quad \frac{s}{(s^2+1)^2}, \quad \frac{1}{(s^2+1)^2}, \quad \frac{s^3}{(s^2+1)^2}, \quad \frac{1}{(s^2-1)^2}$$

Esercizio 40 *Determinare, mediante la trasformata di Laplace, la soluzione dei problemi di Cauchy*

$$u''(t)+5u'(t)+4u(t)=10, \quad t>0; \quad u(0)=u'(0)=0.$$

$$v'(t)+5v(t)+\int_0^t v(\tau)\,d\tau = e^{-t} \quad t>0; \quad v(0)=v_0.$$

$$w''(t)+2w'(t)+w(t)=\mathbb{1}_{(1,2)}(t)e^{-t} \quad t>0; \quad w(0)=0,\ w'(0)=1.$$

$$tz''(t)+2z'(t)+tz(t)=\cos t \quad t>0; \quad w(0)=0,\ w'(0)=\frac{1}{2}.$$

$$x'''(t)+2x''(t)+x'(t)+2x(t)=10\cos t \quad t>0; u(0)=0,\ u'(0)=2,\ u''(0)=-4$$

Esercizio 41 *Determinare, mediante la trasformata di Laplace, la soluzione dei seguenti sistemi di equazioni differenziali:*

$$\begin{cases} u''+v'=-2\sin t \\ v''+u'+v=\cos t \end{cases} \quad t>0; \quad u(0)=v'(0)=0, \quad u'(0)=v(0)=1.$$

$$\begin{cases} u'-v=H(t-1) \\ u+v'=0 \end{cases} \quad t>0; \quad u(0)=v(0)=0.$$

$$\begin{cases} u'-u-5v=5\mathbb{1}_{(0,4)}(t) \\ v'+2u+v=-\mathbb{1}_{(0,4)}(t) \end{cases} \quad t>0; \quad u(0)=v(0)=0.$$

Esercizio 42 *Calcolare*

$$\lim_{n\uparrow+\infty} n\mathscr{L}[\mathbb{1}_{(0,1/n)}(t)](s), \quad \mathscr{L}\left[\sum_{n=0}^{+\infty} H(t-n)(t-n)\right], \quad \mathscr{L}\left[\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n\mathbb{1}_{(n,n+1)}\right].$$

Esercizio 43 (*) *Calcolare le trasformate di Laplace di*

$$H(t)|\sin t|, \quad H(t)e^{-t^2}, \quad \frac{e^{2t}-e^{-t}}{t}.$$

Esercizio 44 *Scrivere lo sviluppo in serie di Laurent delle funzioni*

$$\frac{1}{z^2+1}, \quad \frac{1}{(z-1)(z-2)(z-3)}, \quad \frac{1}{(z+2)^2}, \quad \frac{z^2+z+1}{z^4-16}, \quad \frac{1}{(2z-1)(z-1)}$$

nelle corone circolari centrate in 0 *individuate dalle rispetttive singolarità.*