

Cognome

Nome

Firma

Calendario orali: Risultati, orali e registrazione dei voti: 24/9 alle ore 10 presso il Dip. di Matematica.

1. Si consideri la formula di quadratura:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \simeq \omega_1 f(-1) + \omega_2 f(-\alpha) + \omega_3 f(\alpha) + \omega_4 f(1)$$

dove $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ sono i pesi e $0 < \alpha < 1$.

1a) Trovare i pesi in funzione di α in modo che la formula considerata abbia ordine di precisione almeno 3.

1b) Esistono valori di α per cui la formula ha ordine di precisione $r > 3$? Se sì, calcolare α , i pesi corrispondenti e l'ordine di precisione massimo.

2. L'evoluzione di una grandezza fisica è governata dalla relazione:

$$y(t) = \alpha e^{-\beta t} \quad (*)$$

dove α, β sono costanti positive da determinare. Da misure sperimentali sono noti i valori y_1, \dots, y_N per $y(t)$ negli istanti t_1, \dots, t_N . Trovare α e β in modo da approssimare i dati sperimentali nel senso dei minimi quadrati. (*Suggerimento:* passare ai logaritmi in (*) e porre $K = \log \alpha$)

3. Sia a un numero reale, e sia A la matrice

$$A = \begin{pmatrix} a+1 & a & 0 \\ a & a+1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcolare $K_2(A)$ al variare di a .

4. Si scriva il metodo di Eulero implicito per la discretizzazione di un problema di Cauchy scalare, e si studi la consistenza (indicando l'ordine di consistenza) e la A-stabilità. Individuare inoltre la regione di A-stabilità del metodo.

Punti: esercizio 1a),1b) max 5 punti

esercizio 2 max 8 punti

esercizio 3 max 4 punti

esercizio 4 max 10 punti

Tempo a disposizione: 2 ore