

Programma del corso di ANALISI NUMERICA

- **Richiami di Algebra lineare:**
 - norme di vettori e matrici, prodotto scalare, autovalori e autovettori, matrici definite positive, a dominanza diagonale, triangolari, tridiagonali.
- **Risoluzione di sistemi lineari con metodi diretti:**
 - Analisi di stabilità: studio del condizionamento di una matrice.
 - Il metodo di eliminazione di Gauss e la fattorizzazione LU .
 - Aspetti implementativi della fattorizzazione LU e analisi dei costi.
 - Matrici simmetriche e definite positive: fattorizzazione di Cholesky.
 - Matrici rettangolari: fattorizzazione QR , metodo di Householder.
 - Fattorizzazione per matrici tridiagonali.
- **Risoluzione di sistemi lineari con metodi iterativi:**
 - Metodi iterativi di *splitting*: i metodi di Jacobi, di Gauss-Seidel e di rilassamento.
 - Risultati di convergenza e aspetti implementativi.
 - Metodi iterativi di *discesa*: il metodo del gradiente e del gradiente coniugato. Analisi di convergenza.
 - Precondizionamento di matrici mal condizionate: il metodo del gradiente coniugato preconditionato.
 - Criteri di arresto: sul controllo dell'incremento e/o del residuo.
- **Approssimazione di autovalori e autovettori:**
 - Il metodo delle potenze: calcolo dell'autovalore di modulo massimo e minimo. Analisi di convergenza e dei costi.
 - Cenni sui metodi di *shifting*
 - Il metodo QR con matrici di trasformazione di Householder.

- **Ricerca di radici di equazioni e sistemi non lineari:**
 - Equazioni non lineari: metodi di bisezione, delle corde, delle secanti e di Newton. Convergenza e ordini di convergenza.
 - Il metodo delle iterazioni di punto fisso e risultati di convergenza.
 - Criteri di arresto.
 - Sistemi non lineari: il metodo di Newton e le sue varianti.
- **Approssimazione polinomiale di funzioni e dati:**
 - Interpolazione di Lagrange: errore di interpolazione e limiti dell'interpolazione polinomiale su nodi equispaziati.
 - Interpolazione di Hermite e cenni sulle funzioni splines.
 - Interpolazione composta di Lagrange.
- **Integrazione numerica**
 - Formule di quadratura interpolatorie: formula del punto medio, dei trapezi, di Cavalieri-Simpson e studio dell'errore.
 - Formule di Newton-Cotes semplici e composite. Algoritmi di integrazione adattivi.
 - Formule gaussiane. Introduzione dei polinomi di Legendre.
 - Estensione a 2 dimensioni su domini rettangolari. Formule del baricentro, dei vertici e dei punti medi dei lati per domini triangolari.
- **Approssimazione di funzioni e dati**
 - Approssimazione di funzioni nel senso dei minimi quadrati: i polinomi di Legendre e i polinomi trigonometrici di Fourier. Sviluppi in serie di Fourier, esempi e applicazioni. Cenni sulla FFT.
 - Il metodo dei minimi quadrati per il data fitting: retta di regressione e vari altri esempi.
- **Risoluzione numerica di equazioni differenziali ordinarie:**
 - Problemi di Cauchy.
 - Metodi a un passo: i metodi di Eulero esplicito, di Eulero implicito, dei trapezi, di Heun. Stabilità e A-stabilità, consistenza, convergenza e ordini di convergenza.

- Metodi multistep: i metodi di Adams espliciti e impliciti.
 - Metodi predictor-corrector.
 - Metodi di Runge-Kutta: derivazione di un metodo di RK esplicito.
 - Sistemi di equazioni differenziali ordinarie: i problemi *stiff*.
- **Risoluzione numerica di equazioni alle derivate parziali**
 - Problemi ai limiti.
 - Il metodo delle differenze finite su un problema modello 1D. Consistenza e stabilità. Analisi della convergenza tramite il Teorema di Lax.
 - Il metodo degli elementi finiti su un problema modello 1D. Formulazione variazionale, discretizzazione con elementi finiti lineari, stabilità e convergenza. Costruzione matrice e termine noto e confronto col metodo delle differenze finite.
 - Estensione del metodo degli elementi finiti a problemi 2D. Spazi funzionali H^1 e H_0^1 , norma dell'energia. Formulazione variazionale, discretizzazione generale con elementi finiti su mesh triangolari, e in particolare con elementi finiti lineari a tratti e continui, stabilità e convergenza. Costruzione della matrice di rigidezza elementare e del termine noto elementare. Assemblaggio e risoluzione.