

Cognome

Nome

Firma

---

**Calendario orali:** I risultati della prova scritta verranno esposti nel pomeriggio presso il Dip. di Matematica. Gli studenti sono convocati il giorno martedì 22, alle ore 10:00, in aula E9 per stabilire il calendario orali.

---

1. Si consideri il sistema lineare  $Ax = b$  con

$$A = \begin{pmatrix} 2 & \alpha & 0 \\ \alpha & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

1a) Calcolare quando possibile la fattorizzazione di Cholesky.

1b) Enunciare la condizione necessaria e sufficiente per la convergenza del metodo di Jacobi ed applicarla alla matrice  $A$ : per quali valori di  $\alpha$  tale condizione è soddisfatta?

---

2. Data una funzione  $f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  e dati  $m$  punti distinti  $x_1, x_2, \dots, x_m$ , sia  $p(x)$  il polinomio di secondo grado che approssima  $f$  nel senso dei minimi quadrati rispetto ai nodi  $x_i$ . Si imposti il procedimento che consente di determinare  $p(x)$ .

---

3. Sia  $f: [-1, 1] \rightarrow \mathfrak{R}$ . Si consideri la seguente formula di quadratura:

$$\int_{-1}^1 (a-x)f(x) dx \simeq \omega_1 f(-x_0) + \omega_2 f(0) + \omega_3 f(x_0)$$

dove  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  sono i pesi,  $-x_0$  e  $x_0$  sono i nodi e  $a \in \mathfrak{R}$ . Determinare  $\omega_i$  in funzione di  $a$  in modo che la formula considerata abbia ordine di precisione almeno 3. Stabilire quindi l'ordine di precisione massimo della formula.

---

4. Illustrare il metodo di Newton (eventualmente scrivendo un programma) per la ricerca delle radici di un'equazione non lineare  $f(x) = 0$  in  $[a, b]$ . Dire quali sono le condizioni su  $f$  che garantiscono l'unicità della radice e l'ordine di convergenza ottimale.

---

**Punti: esercizio 1a max 4 punti**

**esercizio 1b, 2 max 5 punti**

**esercizio 3 max 8 punti**

**esercizio 4 max 10 punti**

**Tempo a disposizione: 2 ore**