

Cognome

Nome

Firma

Calendario orali: I risultati della prova scritta verranno esposti nel tardo pomeriggio presso il Dip. di Matematica. Gli orali si svolgeranno il giorno 25/6 in aula Saccheri alle ore 14:30.

1. Siano $I = \int_0^1 e^{-x^2} dx$ e \tilde{I} un'approssimazione di I ottenuta applicando la formula del punto medio composita. Determinare il numero di nodi necessari affinché $|I - \tilde{I}| < 10^{-3}$.

2. Sia $f \in C^0(\mathfrak{R})$. Determinare il polinomio interpolatore di Lagrange $\Pi(x)$ per f nei nodi $\{-1, 0, 2\}$. Sia data la funzione $f(x) = \sin(\frac{\pi}{2}x) - \frac{1}{x^2+1}$: calcolare l'errore $|\Pi(5) - f(5)|$.

3.
Siano α e β numeri reali e si consideri la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & \beta \\ 2 & 1 & \alpha \\ 0 & \alpha & 5 \end{pmatrix}$$

Calcolare, quando possibile, la fattorizzazione di Cholesky. Calcolare poi $\|A\|_2$ nel caso in cui A sia simmetrica.

4. Si descrivano i metodi multistep lineari, enunciandone le principali caratteristiche e proprietà. Dato un problema di Cauchy scalare, si consideri quindi il seguente schema MS:

$$u_{n+1} = \alpha u_n + (1 - \alpha)u_{n-1} + 2hf(t_n, u_n) + \frac{h}{2}\alpha[f(t_{n-1}, u_{n-1}) - 3f(t_n, u_n)],$$

dove h è il passo di discretizzazione, u_0 e u_1 sono dati, $\alpha \in \mathfrak{R}$. Si discuta la consistenza del metodo al variare di α . Per quali valori di α lo schema ha ordine di consistenza pari a 2? Si imposti in questo caso lo studio dell'assoluta stabilità.

Punti: esercizi 1, 2: max 7 punti
esercizio 3: max 6 punti
esercizio 4: max 12 punti

Tempo a disposizione: 2 ore