Cognome e Nome	Firma

CALCOLO NUMERICO: Appello del 23/02/2005

Esercizio 1. Applicare un passo del metodo di Newton per risolvere l'equazione

$$3x^4 + e^{3x} - 3 = 0 \qquad x \in [0,1]\ .$$

Se x_0 è l'estremo di Fourier, allora x_1 vale

Esercizio 2. Si consideri la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 5 & 4 \\ 2 & 4 & 22 \end{pmatrix}\ .$$

(a) Si consideri la decomposizione di Gauss $A = LU$. Allora $l_{32} + u_{33}$ vale

(b) Si consideri la decomposizione di Cholesky $A = BB^T$. Allora b_{33} vale

Esercizio 3. Sia

$$E = \int_{-1}^{2} \Big[\operatorname{arctg}(x - 1/2) + 2(x^2 - \sin(\pi x))\Big] \mathrm{d}\,x\ ,$$

e sia A_{CS} il valore approssimato dell'integrale ottenuto usando la formula di Cavalieri-Simpson. Allora A_{CS} vale

Esercizio 4. Si consideri il seguente sistema differenziale

$$\begin{cases} x'(t) - 2y(t) + 3x(t) = 0 & \qquad x(0) = 1 \\ \\ y'(t) - 2x(t) - 1 = 0 & \qquad y(0) = 3. \end{cases}$$

(a) Applicare un passo del metodo di Eulero implicito con passo $h = 1/2$. I valori approssimati di $x(1/2)$ e $y(1/2)$ sono $x_1 =$ e $y_1 =$

(b) Applicare un passo del metodo dei trapezi con passo $h = 1$. I valori approssimati di $x(1)$ e $y(1)$ sono $x_1 =$ e $y_1 =$

Esercizio 5. Si consideri la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -\beta \\ 0 & 2 & 0 \\ \beta & \alpha & 4 \end{pmatrix}$$

Determinare tutti e soli i valori di α e β per cui il metodo di Jacobi converge.

Si ha: $\boxed{}$

Esercizio 6. Si consideri il sistema lineare:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

A partire dal vettore iniziale $x^{(0)} = (-5, -2, -3)^T$, si effettui un passo del metodo di Gauss-Seidel. Allora si ha:

$x_1^{(1)} = \boxed{}$ $x_2^{(1)} = \boxed{}$ $x_3^{(1)} = \boxed{}$

Esercizio 7. Si consideri la seguente formula di quadratura:

$$\int_0^1 f(x)\,dx \approx \omega_1 f(0) + \omega_2 f(\frac{1}{2}) + +\omega_3 f'(0) + \omega_4 f'(\frac{1}{2}).$$

Determinare $\omega_1,\ \omega_2,\ \omega_3,\ \omega_4$ affinchè la formula abbia grado di precisione almeno 3.

Si ha: $\omega_1 = \boxed{}$ $\omega_2 = \boxed{}$ $\omega_3 = \boxed{}$ $\omega_4 = \boxed{}$

Esercizio 8. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$y'(t) = -2(y(t))^3 + \cos(2\pi t) \qquad y(0) = 1$$

(a) Applicare due passi del metodo di Eulero esplicito con passo $h = 1/2$. Il valore approssimato di $y(1)$ è $\boxed{}$

(b) Applicare un passo del metodo di Heun con passo $h = 1/2$. Il valore approssimato di $y(1/2)$ è $\boxed{}$

Esercizio 9. Determinare a e b in modo che la funzione

$$g(x) = a(\sin(\pi x))^2 + b(\cos(\pi x))^2$$

approssimi i punti $(-3/2, 1),\ (-1, -1),\ (-1/2, 2),\ (0, 4),\ (1/2, 3),\ (1, 3),\ (3/2, 6)$ nel senso dei minimi quadrati. Si ha:

$a = \boxed{}$ $b = \boxed{}$

Ogni risposta esatta: 2 punti. Ogni risposta sbagliata o non data: 0 punti. Lo scritto è superato se il punteggio totale ottenuto è **maggiore o uguale a 16**. Durata della prova: **2 ore**.