

M E T. M A T.

appello del 10 settembre 2009

cognome e nome

firma

1. Calcolare con metodi di Analisi Complessa

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{2it}}{4 + 2 \cos t} dt.$$

Fino a punti 8

2. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, periodica di periodo $T = 2\pi$, definita da

$$f(t) = \begin{cases} 2\pi & t \in [0, \pi[, \\ t - \pi & t \in [\pi, 2\pi[. \end{cases}$$

- a) Verificare che è sviluppabile in serie di Fourier;
b) scrivere il suo sviluppo in serie di Fourier;
c) studiare la convergenza puntuale della serie alla funzione e, in particolare, precisare il valore della somma in $t = \pi$;
d) utilizzando i risultati del punto precedente, calcolare la somma della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-)^n}{n^2}$.

Fino a punti 8

3. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(t) = (3 + t)\chi_{[-2, -1[}(t) + 2|t|\chi_{[-1, 1[}(t) + (3 - t)\chi_{[1, 2]}(t).$$

Dopo aver disegnato il grafico e verificato che f è Fourier-trasformabile, calcolare esplicitamente \hat{f} .

Fino a punti 8

4. Calcolare la \mathcal{L} -Trasformata delle seguenti funzioni, precisandone l'ascissa di convergenza

$$F_1(t) = H(t) \frac{1 - e^{-4t}}{t},$$

$$F_2(t) = H(t) \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)\chi_{[0, 4]}(t),$$

$$F_3(t) = t[H(t) \sinh(2t) * H(t) \sin(2t)].$$

Fino a punti 8

Tempo:
2.00 ore

spazio riservato
alla commissione 1. 2. 3. 4. totale