M E T. M A T.	cognome e nome	firma
appello del 6 febbraio 2002		

1. Sia data la funzione di variabile complessa

$$f(z) = \frac{z}{(z-1)(z+3)}.$$

a) Determinare le singolarità di f , classificarle e calcolare i relativi residui;
b) dare lo sviluppo di Taylor della f centrato in $z=0$, precisando il raggio di convergenza;
c) scrivere lo sviluppo di Laurent relativo a z_∞ centrato in zero, precisando il raggio di convergenza.

Fino a punti 7

---

2. Data la funzione $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, periodica di periodo $T=2\pi$ definita da

$$f(t) = 4(\pi^2 - t^2), \qquad t\in[-\pi,\pi[,$$

a) scrivere il suo sviluppo in serie di Fourier;
b) utilizzando i risultati del punto precedente, calcolare

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-)^n}{n^2}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^4}.$$

Fino a punti 8

---

3. Si consideri la funzione $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ definita da

$$f(t) = \frac{\cos t}{t^2-8t+32}.$$

a) Verificare che f è Fourier-trasformabile;
b) Calcolare $\hat{f}$ esplicitamente;
c) Utilizzando i risultati del punto precedente calcolare

$$\int_{\mathbf{R}}\frac{1}{(t^2-8t+32)^2}\,dt.$$

Fino a punti 8

---

4. Calcolare la $\mathcal{L}$ -trasformata delle seguenti funzioni

$$F_1(t) = \begin{cases} 0 & t<0, \\ t & t\in]0,1] \\ 1 & t\in]1,2] \end{cases}\ \text{, periodica con } T=2 \text{ se } t>0;$$

$$F_2(t) = H(t)\int_0^t e^{-2\tau}\ln\tau\,d\tau;$$

$$F_3(t) = H(t)\frac{\sinh(2t)-\sinh t}{t}.$$

Fino a punti 7

Tempo: 3.00 ore	spazio riservato alla commissione	1.	2.	3.	4.	totale