

<b>M E T. M A T.</b> appello del 5 settembre 2007	cognome e nome	firma
--	----------------	-------

1. Si consideri la funzione  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $2\pi$ -periodica, definita in  $(-\pi, \pi)$  da

$$f(t) = \begin{cases} 3 & \text{se } |t| \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Dopo aver disegnato il grafico della funzione e verificato che è sviluppabile in serie di Fourier, scriverne lo sviluppo in forma trigonometrica, e studiare la convergenza della serie alla funzione. Infine, utilizzando l'uguaglianza di Parseval, determinare la somma della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

**Fino a punti 8**

2. Si consideri la funzione di variabile complessa

$$f(z) = \frac{z}{(z^2 - i)(z - i)^2}.$$

Determinare le singolarità, classificarle e calcolare i relativi residui. Calcolare, infine,

$$\int_{\Gamma} f(z) dz$$

dove  $\Gamma$  è la circonferenza centrata in  $z = 1$ , di raggio  $R = 1$  ed orientata positivamente.

**Fino a punti 8**

3. Utilizzando la  $\mathcal{F}$ -trasformata, calcolare la funzione  $f$  data dalla convoluzione

$$f(t) = \chi_{[-1,1]}(t) * \left( \frac{d}{dt} (H(t)t e^{-2t}) \right).$$

**Fino a punti 8**

4. Risolvere il seguente problema di Cauchy per  $t > 0$

$$\begin{cases} u''' - 3u' = 2e^t, \\ u(0) = 0, u'(0) = 2, u''(0) = 2. \end{cases}$$

**Fino a punti 8**

<b>Tempo:</b> <b>2.00 ore</b>	spazio riservato alla commissione	1. <input type="text"/>	2. <input type="text"/>	3. <input type="text"/>	4. <input type="text"/>	totale <input type="text"/>
----------------------------------	--------------------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-----------------------------