

METODI MATEMATICI
PRIMA PROVA IN ITINERE DEL 26 NOVEMBRE 2007

COGNOME e NOME

NUMERO DI MATRICOLA

1) Si consideri la funzione di variabile complessa

$$f(z) = \frac{e^{4z^2} - 1}{5z^3(z + 6i)}.$$

Senza trascurare z_∞ , determinare le singolarità, classificarle e calcolare i relativi residui. Scrivere, inoltre, lo sviluppo di Laurent della f relativo a $z = 0$.

2) Con metodi di Analisi Complessa, calcolare il valore del seguente integrale definito

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin t}{7 - 2 \sin t} dt.$$

3) Lungo la circonferenza Γ di centro $2i$ e raggio $\sqrt{5}$, orientata positivamente, calcolare l'integrale

$$\int_{\Gamma} \left(\frac{e^{2z+4}}{z^2 + 4z + 8} + \sin(5z) \right) dz.$$

4) Senza trascurare di studiare il comportamento sul bordo, determinare l'insieme di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^2 + 4n} \left(\frac{z}{20 + 3i \operatorname{Im} z} \right)^n.$$

5) Utilizzando metodi di Analisi Complessa, determinare il valore dell'integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{3 + \cos(2x)}{x^2 + 4x + 5} dx.$$

6) Determinare le soluzioni $z \in \mathbf{C}$ delle equazioni

$$z^4 + 81 = 0,$$

$$e^{4iz} + \sqrt{2}i = -\sqrt{2}.$$