

METODI MATEMATICI
PRIMA PROVA IN ITINERE DEL 19 NOVEMBRE 2007

COGNOME e NOME

NUMERO DI MATRICOLA

1) Si consideri la funzione di variabile complessa

$$f(z) = \frac{\sin(4z^2)}{5z^3(z-6)}.$$

Senza trascurare z_∞ , determinare le singolarità, classificarle e calcolare i relativi residui. Scrivere, inoltre, lo sviluppo di Laurent della f relativo a $z = 0$.

2) Con metodi di Analisi Complessa, calcolare il valore del seguente integrale definito

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos t}{9 + 6 \cos t} dt.$$

3) Lungo la circonferenza Γ di centro i e raggio $\sqrt{5}$, orientata positivamente, calcolare l'integrale

$$\int_{\Gamma} \left(\frac{e^{z+2}}{z^2 + 4z + 5} + \cos(5z) \right) dz.$$

4) Senza trascurare di studiare il comportamento sul bordo, determinare l'insieme di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^3 + 2} \left(\frac{z}{12 + i\sqrt{7} \operatorname{Im} z} \right)^n.$$

5) Utilizzando metodi di Analisi Complessa, determinare il valore dell'integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1 + \sin(4x)}{x^2 + 6x + 18} dx.$$

6) Determinare le soluzioni $z \in \mathbf{C}$ delle equazioni

$$z^3 + 8i = 0,$$

$$e^{5z} + \sqrt{2} = \sqrt{2}i.$$