| **A N A L I S I UNO** | Cognome e Nome Firma |
|---|---|
| Appello del 17-02-2010 | |

1. **(3 punti)** Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) = \max(-5x^2\,;\,-5x^4) - \ln(1+5x^2)\,,\ \forall x \in \mathbf{R}$, dove $\max(-5x^2\,;\,-5x^4)$ denota, al variare di $x$, il massimo fra i due valori $-5x^2$ e $-5x^4$.
Quali delle seguenti proprietà ha la funzione $f$ **in tutto R** ?
A) $f$ è continua; B) $f$ è derivabile; C) $f$ è monotona; D) $f$ è limitata inferiormente;
E) $f$ è limitata superiormente; F) $f$ è pari; G) $f$ è dispari; H) $f$ è periodica.
(**N.B.** La risposta a questa domanda sarà considerata esatta, se e solo se saranno indicate **tutte e sole** le proprietà che ha effettivamente la funzione $f$, fra quelle riportate qui sopra.)

A - E - F

2. **(3 punti)** $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin^3(12x)}{x^2e^{12x}} + \frac{1-e^{-12x^2}}{x\arctan x} + \frac{12x^2 - x^3 + 12x^4}{x^4+2x^2}\right) =$ 18

3. **(2 punti)** $\lim_{x\to -\infty}\left(\frac{2}{\pi}\arctan(-3x^3) + \frac{x^2+3x^5}{3x^6+x^4} - 3\sin\left(\frac{3}{x} - \frac{3\pi}{2}\right)\right) =$ −2

4. **(2 punti)** Sia $f(x) = e^{6\arctan(x+1)} + 6x^5 + x\,,\ \forall x \in \mathbf{R}$. Sia $g$ la funzione inversa della funzione $f$. Allora $\frac{1}{g'(-6)}$ vale 37

5. **(2 punti)** Sia $z = 1 - 8i$. Allora $\mathrm{Im}(z - i\bar{z}) - \mathrm{Re}(i\,z^2)$ vale −25

6. **(4 punti)** Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da : $f(x) = |\,x\arctan(7x)\,|\,,\ \forall x \le 0$ ;
$f(x) = (a+7)x + \frac{b+1}{4}x^2 + ax^3\,,\ \forall x > 0$, dove $a$ e $b$ sono parametri reali.
Siano $a^*$ e $b^*$, rispettivamente, gli unici valori di $a$ e di $b$ per cui la funzione $f$ è **derivabile 2 volte** in tutto **R**. Allora $b^* - 2a^*$ vale 41

---

- Per ciascuna delle 12 domande : 2 punti o 3 punti o 4 punti, come specificato nel testo, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 16 punti.
- **Tempo a disposizione: 2 ore .**

| **A N A L I S I UNO** | Cognome e Nome Firma |
|---|---|
| Appello del 17-02-2010 | |

**7.** **(2 punti)** Sia $f(x) = -\frac{x^4}{12} + \frac{1}{2}x^3 + 5x^2 + 2x$, $\forall x \in \mathbf{R}$. Sia $I = (c, d)$ **il più grande intervallo di R** in cui la funzione $f$ **è convessa.** Allora $3c - 2d$ vale $\boxed{-16}$

**8.** **(2 punti)** Sia $J = \int_{-1}^{1} \left( 3x^2|x| + x e^{-3x^2} + 3\sqrt{|x|} \right) dx$. Allora $6J$ vale $\boxed{33}$

**9.** **(4 punti)** Sia $F(x) = 12 + \int_x^{x+12} e^{-t^2} dt$, $\forall x \in \mathbf{R}$. Sia $x_M$ l'unico punto di **massimo** della funzione $F$; sia inoltre $L = \lim_{x \to +\infty} F(x)$. Allora $2L - x_M$ vale $\boxed{30}$

**10.** **(3 punti)** Sia $y : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ la soluzione del problema di Cauchy :
$y''(t) + 4y(t) = 28 + 4t$, $\forall t \in \mathbf{R}$; $y(0) = 7$, $y'(0) = 3$ .
Allora $2y(\pi) + y'(\pi) - 2\pi$ vale $\boxed{17}$

**11.** **(3 punti)** Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da: $g(x) = x + 2, \forall x < 0$ ; $g(x) = -x$, $\forall x \in [0, 1]$ ; $g(x) = -1$, $\forall x > 1$. Si consideri la funzione integrale $G_1(x) = \int_1^x g(t)\, dt$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
Allora $2G_1(8) + G_1(0) + G_1(-2)$ vale $\boxed{-15}$

**12.** **(2 punti)** Sia $u : I \to \mathbf{R}$, la soluzione del problema di Cauchy :
$u'(x) = 21x^2 e^{-u(x)}$, $\forall x \in I$; $u(0) = 0$, dove $I$ è un opportuno intorno di $x_0 = 0$.
Allora $e^{u(2)}$ vale $\boxed{57}$

---

- Per ciascuna delle 12 domande : 2 punti o 3 punti o 4 punti, come specificato nel testo, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 16 punti.
- **Tempo a disposizione: 2 ore .**